THE NONSMOOTH CONTROL PROBLEM FOR DINAMIC SYSTEM WITH PARAMETER UNDER CONDITIONS OF INCOMPLETE INITAL DATE

[1]Otakulov Salim, [2]Haydarov Tulkinjon Turgunbayevich
Doctor of physical and mathematical sciences, professor
Jizzakh Polytechnic Institute, Jizzakh, Uzbekistan[1], Teacher-assistant, Jizzakh Polytechnic Institute, Jizzakh, Uzbekistan[2]
otakulov52@mail.ru[1], omad2015@inbox.ru[2]

ABSTRACT

In this paper we consider a linear dynamic control system with parameter under conditions of incomplete initial data. The control problem an ensemble of trajectories this system by nonsmooth terminal functional is researched. The necessary and sufficient conditions for optimality are obtained.

Keywords: dynamic system, control problem, ensemble of trajectories, nonsmooth functional, conditions of optimality.

1. Постановка задачи. Негладкие задачи оптимизации [1] возникают при моделировании различных задач экономики и техники. Одним из подходов, приводимых к негладким задачам оптимизации, является принцип минимакса [2]. Данный подход используется при принятии решения в условиях неполноты информации о начальных данных системы и внешних воздействий на ее поведение [3].

Рассмотрим динамическую систему управления с параметром неточно заданными начальными данными вида

$$\dot{x} = A(t, y)x + b(t,u, y), t \in T = [t_0,t_1],\ x(t_0) \in D,\ u \in V(y),\ y \in Y, \qquad (1)$$

где $x - n$-вектор состояния, $u - m$-вектор управления, y – k-мерный параметр, $A(t, y)$ – $n \times n$-матрица, $b(t,u, y) \in R^n$. Будем считать, что $D \subset R^n$ выпуклое компактное множество; $V(y)$ и Y являются компактными подмножествами пространств R^m и R^k соответственно. Относительно правой части уравнения (1) будем предполагать выполнении следующих условий: 1) элементы матрицы $A(t, y)$ суммируемы по $t \in T$ и непрерывны по $y \in Y$; 2) отображение $(t,u, y) \to b(t,u, y)$ измеримо по $t \in T$ и непрерывно по $(u, y) \in V \times Y$, причем $\|b(t,u, y)\| \le \beta(t)$, $\beta(\cdot) \in L_1(T)$.

Пусть: $U_T(y)$ – множество измеримых ограниченных управлений $u = u(\cdot)$, таких, что $u(t) \in V(y)$, $t \in T$; $H_T(u, y)$ –множество всех абсолютно непрерывных решений $x = x(t,u, y)$ уравнения (1) с начальным условием $x(t_0) \in D$ при заданном допустимом управлении $u \in U_T(y)$ и параметра $y \in Y$.

Пусть качество управления динамической системой оценивается негладким терминальным функционалом $J(x(\cdot), y) = \inf_{l \in L} (P(y)x(t_1), l)$, где $P(y)$ – $s \times n$-матрица, непрерывно зависящая от параметра $y \in Y$, $L -$ ограниченное множество из R^s. Рассмотрим следующую минимаксную задачу:

$$\max_{x(\cdot)\in H_T(u,y)} J(x(\cdot),y)\to \min, u\in U_T(y), y\in Y. \qquad (2)$$

2. Результаты исследования. Рассмотрим множество $X_T(t_1,u,y)=\{\xi\in R^n \mid \xi = x(t_1), x(\cdot)\in H_T(u,y)\}$, которое является выпуклым компактом из R^n [4]. Используя теорему о минимаксе [5], минимаксную задачу (2) можно записать в следующем виде:

$$\inf_{l\in coL} C(P(y)X(t_1,u,y),l))\to \min, u(\cdot)\in U_T(y), y\in Y, \qquad (3)$$

где $C(PX,l)=\sup_{\xi\in X}(P\xi,l)$ – опорная функция множества PX, coL – выпуклая оболочка множества L.

Справедливо представление

$$X_T(t_1,u,y)=F_y(t,t_0)D+\int_{t_0}^{t_1} F_y(t_1,\tau)b(\tau,u(\tau),y)d\tau, \qquad (4)$$

где $F_y(t,\tau)$ – фундаментальная матрица решений уравнения $\dot{x}=A(t,y)x$. Учитывая формулу (4), имеем:

$$C(P(y)X_T(t_1,u,y),l)=C(D,\psi(t_0,y,l)+\int_{t_0}^{t_1}(b(t,u(t),y),\psi(t,y,l)dt.$$

где $\psi(t,y,l)=F_y'(t_1,t)P'(y)l$. Введем функционалы:

$$\mu(u,y)=\inf_{l\in coL}[C(D,\psi(t_0,y))+\int_{t_0}^{t_1}(b(t,u(t),y),\psi(t,y))dt], u=u(\cdot)\in U_T(y), y\in Y, \qquad (6)$$

$$\gamma(y,l)=C(D,\psi(t_0,y))+\int_{t_0}^{t_1}\min_{v\in V(y)} C(b(t,v,y),\psi(t,y,l))dt, y\in Y, l\in coL.$$

С помощью функционала (6) задача (3), к которой сведена поставленная задача (2), запишется в следующем виде: $\mu(u,y)\to u\in U_T(y), y\in Y$.

Пусть управление $u^0(\cdot)$ и параметр y^0 оптимальные в задаче (2), т.е. $\mu(u^0,y^0)=\min_{u\in U_T(y),y\in Y}\mu(u,y).$ Тогда, ясно что $\min_{u\in U_T(y^0)}\mu(u,y^0)=\min_{y\in Y}\min_{u\in U_T(y)}\mu(u,y).$ Следовательно,

$$\min_{l\in coL^0)}\gamma(y^0,l)=\min_{y\in Y}\min_{l\in coL}\gamma(y,l) \qquad (7).$$

Пусть $l^0\in coL$ –произвольная точка глобального минимума функции

$$\eta^0(l) = C(D, \psi(t_0, y^0, l)) + \int_{t_0}^{t_1} (b(t, u^0(t), y^0), \psi(t, y^0, l))dt, l \in coL$$

Тогда имеем:

$$C(D, \psi(t_0, y^0, l^0)) + \int_{t_0}^{t_1} \min_{v \in V(y^0)} (b(t, v, y^0), \psi(t, y^0, l^0))dt \geq \min_{l \in coL}[C(D, \psi(t_0, y^0, l)) +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} \min_{v \in V(y^0)} (b(t, v, y), \psi(t, y^0, l))dt] = \min_{u \in U_T(y^0)} \mu(u, y^0) = \mu(u^0, y^0) = C(D, \psi(t_0, y^0, l^0)) +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} (b(t, u^0(t), y), \psi(t, y^0, l^0))dt \geq C(D, \psi(t_0, y^0, l^0)) + \int_{t_0}^{t_1} \min_{v \in V(y^0)} (b(t, v, y), \psi(t, y^0, l^0))dt \cdot$$

Из этой цепочки неравенств следует, что $\gamma(y^0, l^0) = \min_{l \in coL} \gamma(y^0, l)$ и

$$\int_{t_0}^{t_1} \min_{v \in V(y^0)} (b(t, v, y^0), \psi(t, y^0, l^0))dt = \int_{t_0}^{t_1} (b(t, u^0(t), y^0), \psi(t, y^0, l^0))dt .$$

Из последнего получим соотношение

$$\min_{v \in V(y^0)} (b(t, v, y^0), \psi(t, y^0, l^0)) = (b(t, u^0(t), y^0), \psi(t, y^0, l^0)) \text{ п.в. на } T . \qquad (8)$$

Пусть теперь выполняются соотношения (7) и (8) для некоторой точки глобального минимума $l^0 \in coL$ функции $\gamma(y^0, l), l \in coL$. Тогда: $\mu(u^0, y^0) = \min_{l \in coL} \gamma(y^0, l) = \min_{l \in coL} \min_{y \in U_T(y)} \gamma(y, l) \leq \min_{y \in U_T(y)} \mu(u, y)\ \forall u \in U_T(y), y \in Y$, т.е. управления $u^0(\cdot)$ и параметр y^0 – оптимальные в задаче (2). Итак, доказана

Теорема. Для оптимальности управления $u^0(\cdot)$ и параметра y^0 в задаче (2) необходимо и достаточно существование точки глобального минимума $l^0 \in coL$ функции $\gamma(y^0, l), l \in coL$, и выполнение условий (7) и (8).

3.Заключение. В работе изучена задача управления ансамблем траекторий системы, сформулированной в виде негладкой задачи минимаксного типа. Для этой задачи получены необходимые и достаточные условия оптимальности. Они дают теоретическое обоснование для метода построения решения задачи (2) с помощью решения конечномерных задач вида (7) и (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. – М.: Наука,1988. - 280 с.
2. Кейн В.Н. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию. – М.: Наука, 1985. – 248 с.
3. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределённости М: Наука, 1977 – 392 с.

4. Отакулов С. Задачи управления ансамблем траекторий дифференциальных включений. Монография. Riga, Lambert Academic Publishing, 2019. –144 с.
5. Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. –М.: Наука, 1980. – 320 с.